

1. I način:

Neka su ti uglovi α i β . Tada vrijedi:

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\alpha - \beta = 1'.$$

Odavde je $2\alpha = 180^\circ 1' = 180^\circ 60''$, pa je $\alpha = 90^\circ 30''$. Zbog toga je

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ 30'' = 189^\circ 60'' - 90^\circ 30'' = 89^\circ 30''.$$

II način:

Očito je da se uglovi α i β razlikuju od sredine ugla od 180° , tj. od 90° , za po pola minute, odnosno $30''$. Jedan je veći od 90° za $30''$, tj. iznosi $90^\circ 30''$, a drugi je manji od 90° za $30''$, tj. iznosi $89^\circ 30''$.

2. Iz prvog uvjeta zaključujemo da je $33J = 42M$, a iz drugog da je $42M = 44T$.

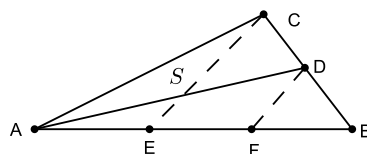
$$\Rightarrow 33J = 44T \quad \Rightarrow 3J = 4T$$

$$\Rightarrow 15J = 20T \quad \Rightarrow 15J = 2 \cdot 3B = 6B$$

$$\Rightarrow 5J = 2B$$

Kako je $5K = 2B$, zaključujemo da je $5J = 5K$, tj. $J = K$, pa je $7J = 7K$. Dobili smo da Amila treba dati 7 krušaka da bi dobila 7 jagoda.

3. Pogledajmo sliku.



Neka je F središte duži \overline{BE} . Kako je D središte duži \overline{BC} , to je DF srednja linija trougla BCE . Tada je $\overline{DF} \parallel \overline{CE}$. Dakle, $\overline{SE} \parallel \overline{DF}$. Kako je S središte duži \overline{AD} i $\overline{SE} \parallel \overline{DF}$, to je \overline{SE} srednja linija trougla AFD . Tada je E središte duži \overline{AF} pa je $|\overline{AE}| = |\overline{EF}|$. Po konstrukciji tačke F vrijedi $|\overline{EF}| = |\overline{BF}|$. Dakle, $|\overline{AE}| = |\overline{EF}| = |\overline{BF}|$ tj.

$$|\overline{BE}| = |\overline{BF}| + |\overline{FE}| = 2|\overline{EF}| = 2|\overline{AE}|.$$

4. Primjetimo, prvo, da iz $\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$ ($m, n \in \mathbb{N}$) slijedi da je $7m = 2n$. Odavde slijedi da $7 \mid n$, pa postoji prirodan broj d takav da je $n = 7d$. Sada imamo da je $7m = 2 \cdot 7d$, tj. $m = 2d$. Dakle, ako je $\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$ ($m, n \in \mathbb{N}$), onda je $m = 2d$ i $n = 7d$, ($d \in \mathbb{N}$).

Neka je x traženi prirodan broj, tj. neka je

$$\frac{\overline{28a3} - x}{7276 + x} = \frac{2}{7}.$$

Tada, na osnovu naprijed navedenog, postoji prirodan broj d takav da je $\overline{28a3} - x = 2d$ i $7276 + x = 7d$. Sabiranjem ove dvije jednačine dobije se $\overline{28a3} + 7276 = 9d$, tj. $10079 + 10a = 9d$. Odavde imamo $10080 + 9a + a - 1 = 9d$, tj. $a - 1 = 9(d - a - 1120)$. Dakle, broj $a - 1$ je djeljiv sa 9. Kako je a decimalna cifra, to je jedino moguće ako je $a = 1$. Tada je $0 = 9(d - 1 - 1120)$, tj. $d = 1121$. Tada iz $\overline{2813} - x = 2d$ slijedi $x = \overline{2813} - 2d = \overline{2813} - 2242 = 571$. Dakle, traženi broj je 571.

5. Iznos od 5KM se može isplatiti samo na 1 način i to koristeći kovanice od 1KM, pa je broj načina da se isplati iznos od 2015KM jednak broju načina da se isplati iznos od 2010KM.

Ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti s 0 ili 1 ili 2 ili 3 ili ... ili 201 novčanica od 10KM, tj. na 202 načina.

Ako koristimo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM i 100KM, onda imamo sljedeću situaciju:

- 0 novčanica od 100KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 2010KM može isplatiti, pomoću 1KM i 10KM, na 202 načina,
- 1 novčanica od 100KM – tada se preostali iznos od 1910KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 192 načina,

- 2 novčanice od 100KM – tada se preostali iznos od 1810KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 182 načina,
- ...
- 20 novčanica od 100KM – tada se preostali iznos od 10KM, analogno prethodnom, može pomoću 1KM i 10KM isplatiti na 2 načina.

Zaključujemo da ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM i 100KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti na

$$2 + 12 + 22 + \dots + 192 + 202 = 2142$$

načina.

Sada posmatramo upotrebu 1KM, 10KM, 100KM i 200KM, pa analogno prethodno opisanom, imamo sljedeću situaciju:

- 0 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 2010KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na 2142 načina,
- 1 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 1810KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na

$$2 + 12 + 22 + \dots + 172 + 182 = 1748$$

načina,

- 2 novčanice od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 1610KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na

$$2 + 12 + 22 + \dots + 152 + 162 = 1394$$

načina,

- ...
- 10 novčanica od 200KM – tada se, prema prethodnom, iznos od 10KM može isplatiti, pomoću 1KM, 10KM i 100KM, na 2 načina.

Zaključujemo da ako koristimo samo kovanice od 1KM i novčanice od 10KM, 100KM i 1000KM, onda se iznos od 2010KM može isplatiti na

$$2 + 36 + 110 + 224 + 378 + 572 + 806 + 1080 + 1394 + 1748 + 2142 = 8492$$

načina.